

Nozioni di Fisica Biochimica e Biologia

Fisica Medica Lezione 1 - NOZIONI INTRODUTTIVE

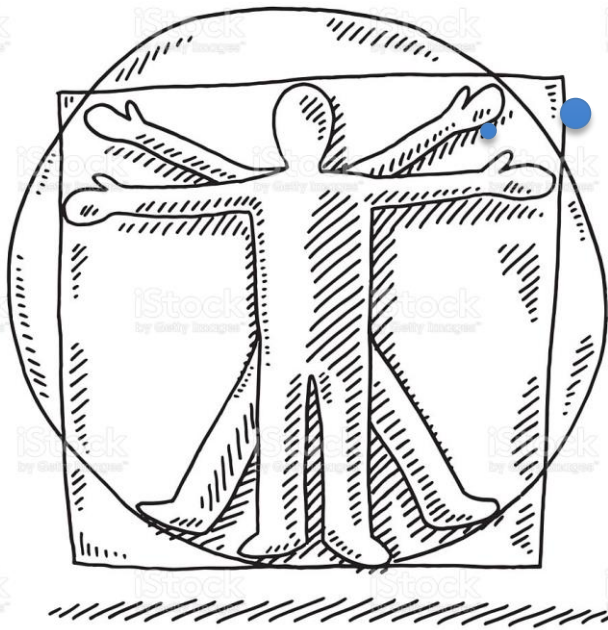
Anno Accademico 2022/2023

AGENDA DEL CORSO

	DATA	ORE	ARGOMENTI
LEZIONE 1	30/11/2022	3	Richiami e nozioni introduttive di base: Grandezze fisiche, unità e sistemi di misura. Errori di misura. Scalari e vettori. Operazioni tra vettori. Algebra di base. Relazioni funzionali e rappresentazioni grafiche. Trigonometria.
LEZIONE 2	02/12/2022	3	Cinematica e dinamica del corpo: Sistemi di riferimento. Moto rettilineo uniforme. Moto rettilineo uniformemente accelerato. Principi della dinamica. Forze. Rotazione e momento di una forza. Leve. Lavoro ed energia.
LEZIONE 3	05/11/2022	3	Fluidodinamica: Statica dei fluidi. Pressione e densità. Legge di Stevino. Tubo di Torricelli. Principio di Pascal e torchio idraulico. Principio di Archimede. Viscosità. Portata. Teorema di Bernoulli. Sfigmomanometro. Aneurisma e stenosi.
LEZIONE 4	07/11/2022	3	Termodinamica: Sistemi termodinamici. Temperatura e calore. Misura della temperatura. Scale termometriche. Capacità termica e calore specifico. Equilibrio termico. Dilatazione termica. Passaggi di stato. Trasmissione del calore. Bilancio energetico nel corpo umano.
LEZIONE 5	13/11/2022	3	Fenomeni elettrici e magnetici: Carica elettrica. Elettrizzazione. Conduttori e isolanti. Legge di Coulomb. Campo elettrico. Potenziale elettrico. Intensità di corrente. I e II Legge do Ohm. Onde elettromagnetiche. Ultrasuoni. Effetto Doppler.
PROVA FINE CORSO			

I fondamenti

Interazione di un agente fisico con il corpo / i tessuti / le molecole del corpo umano.



**COSTRUZIONE MODELLI
COMPrensione
NUOVE TECNOLOGIE**

DIAGNOSTICA

TERAPIA

Diagnostica NON imaging

- Termometro
- Sfigmomanometro
- Elettrocardiografo
- Pulsossimetro



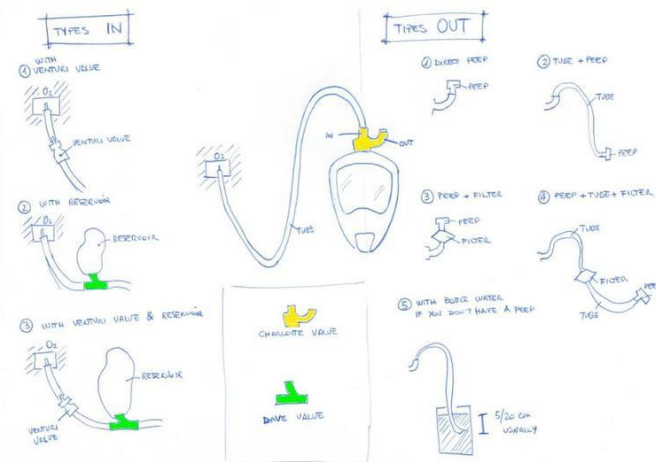
Diagnostica imaging

- Radiologia convenzionale (Raggi X)
 - Densitometria minerale ossea o MOC (Mineralometria Ossea Computerizzata)
 - Radiologia interventistica
- Tomografia computerizzata (TC)
 - Ultrasonografia o ecografia
 - Risonanza magnetica (RM)
 - Scintigrafia
- Ecodoppler, Color Doppler e Power Doppler
- Diagnostica senologia (visita senologica, mammografia, ecografia mammaria)
 - Ago aspirato eco guidato

TERAPIA

Per fare terapia occorre *comunicare* energia.

- comprendere l'effetto fisiologico che deriva dalla somministrazione di energia
- scegliere il modo di comunicare l'energia nei tessuti giusti per ottenere l'effetto desiderato

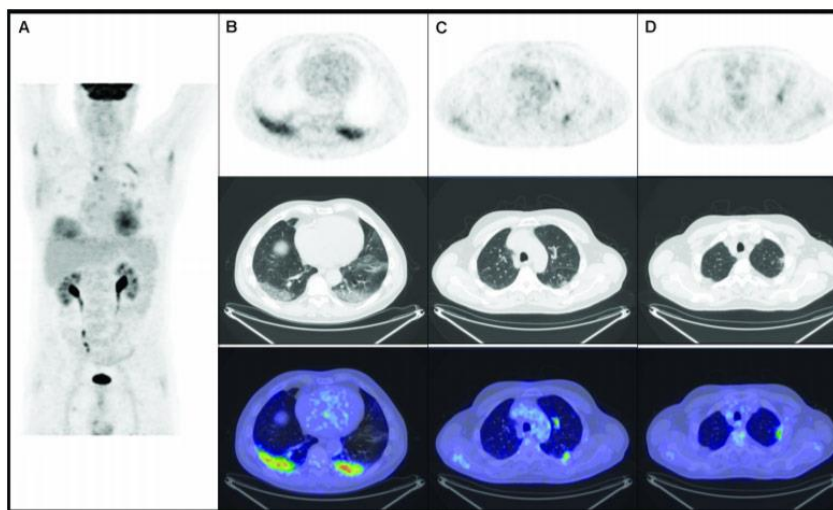
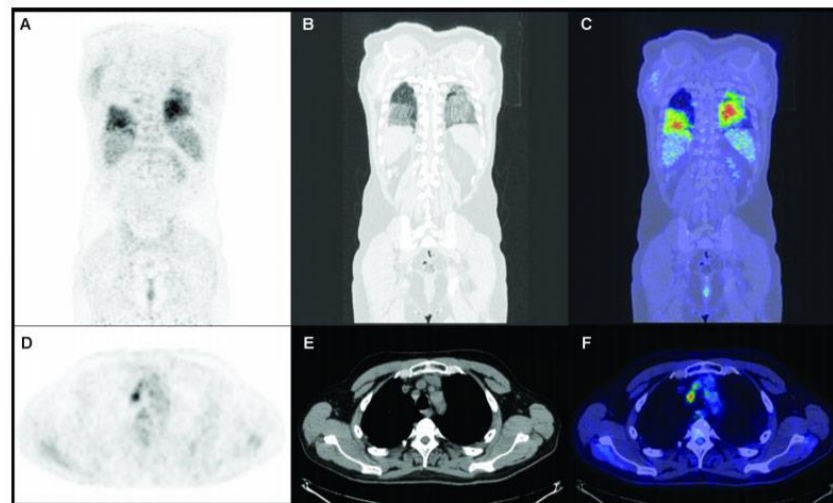


PET-TC

Tecniche non invasive e risposta in tempo reale

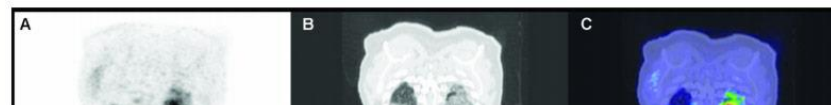
Implicano vari livelli di competenza:

- teorico (interazione segnale fisico con corpo umano, sensori);
- sensoristica;
- trattazione del segnale;
- acquisizione dati;
- analisi dei dati (spesso in tempo reale) inclusa algoritmica;
- simulazione di apparecchiature, sensori e tessuti umani;
- validazione delle simulazioni con misure reali;
- immagazzinamento e preservazione dei dati
- Interdisciplinarietà con altri settori della scienza



PET-TC

Tecniche non invasive e risposta in tempo reale



Riscontro occasionale di polmonite da Covid19 in paziente asintomatico mediante esame PET/TC eseguito presso Affidea IRMET nel sospetto di recidiva di neoplasia polmonare

Oggi in Italia sono più di 130.000 le persone affette da COVID-19. Nonostante le direttive restrittive nazionali, gli **esami PET-CT vengono ancora offerti ai pazienti oncologici** per garantire la continuazione delle migliori pratiche cliniche.

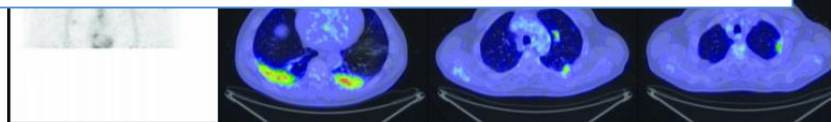
Il team Affidea IRMET di Torino ha recentemente elaborato un **articolo scientifico** su un interessante caso relativo al riscontro occasionale di polmonite da Covid-19 in un paziente asintomatico mediante un esame PET-TC eseguito presso il centro Affidea IRMET nel sospetto di recidiva di neoplasia polmonare.

L'articolo è stato accettato in soli quattro giorni e pubblicato senza modifiche da una tra le più importanti riviste scientifiche di patologie polmonari al mondo, il **Journal of Thoracic Oncology** (Impact Factor: 12.46).

Il **paziente**, dell'età di 73 anni, già sottoposto nell'aprile del 2016 ad una resezione del lobo medio per carcinoma polmonare, è giunto presso il Centro Affidea IRMET di Torino il 18 marzo 2020 per sottoporsi ad una **PET-CT con 18F-FDG** di ristadiatione per riscontro di un nodulo polmonare, sospetto per recidiva, evidenziato da un esame TC nel febbraio 2020.

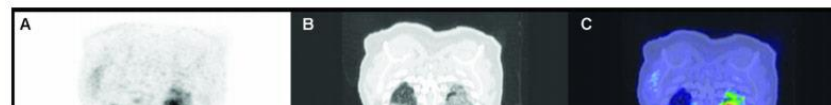
Prima dell'esecuzione dell'esame PET/TC il paziente è stato sottoposto al **triage Covid-19**, risultando negativo (assenza di febbre, tosse e dispnea ed anamnesi negativa).

Tuttavia, le **immagini PET -CT 18F-FDG hanno rivelato la presenza di iperaccumuli del radiofarmaco particolarmente estesi a livello delle basi polmonari** ma presenti anche nei restanti campi polmonari, associati ad intensi anomali accumuli focali in corrispondenza di linfonodi mediastinici dimensionalmente non patologici.



PET-TC

Tecniche non invasive e risposta in tempo reale



Riscontro occasionale di polmonite da Covid19 in paziente asintomatico mediante esame PET/TC eseguito presso Affidea IRMET nel sospetto di recidiva di neoplasia polmonare

Oggi in Italia sono più di 130.000 le persone affette da COVID-19. Nonostante le direttive restrittive nazionali, gli **esami PET-CT vengono ancora offerti ai pazienti oncologici** per garantire la continuazione delle migliori pratiche cliniche.

Il team Affidea IRMET di Torino ha recentemente elaborato un **articolo scientifico** su un interessante caso relativo al riscontro occasionale di polmonite da Covid-19 in un paziente asintomatico mediante un esame PET-TC eseguito presso il centro Affidea IRMET nel sospetto di recidiva di neoplasia polmonare.

L'articolo è stato accettato in soli quattro giorni e pubblicato senza modifiche da una tra le più importanti riviste scientifiche di patologie polmonari al mondo, il **Journal of Thoracic Oncology** (Impact Factor: 12.46).

Il **paziente**, dell'età di 73 anni, già sottoposto nell'aprile del 2016 ad una resezione del lobo medio per carcinoma polmonare, è giunto presso il Centro Affidea IRMET di Torino il 18 marzo 2020 per sottoporsi ad una **PET-CT con 18F-FDG** di ristadiatione per riscontro di un nodulo polmonare, sospetto per recidiva, evidenziato da un esame TC nel febbraio 2020.

I medici nucleari di Affidea IRMET hanno interpretato le immagini PET come espressione attiva di **processi infiammatori (polmonite bilaterale)**, seppur in assenza di sintomi.

Grazie all'attivazione delle autorità competenti COVID-19 il paziente **è stato sottoposto al tempone il quale è risultato positivo**, ed è stato pertanto avviato al ricovero in ospedale. Tre giorni dopo l'esecuzione dell'esame PET/TC il **paziente è divenuto sintomatico con comparsa di grave sindrome da distress respiratorio**, indicativa di una rapida progressione della malattia.

In risposta al trattamento il paziente è stato in seguito dimesso dal reparto con prosecuzione della quarantena presso il suo domicilio.

Una **grandezza fisica** è una proprietà di un corpo che può essere misurata.

Si definisce in modo operativo, cioè definendo la serie di operazioni che permette di associare ad essa un **numero** ed un **unità di misura**.

Il valore numerico è determinato dal rapporto tra una grandezza di riferimento (campione di misura = unità di misura) e la grandezza misurata.

A. Misura diretta di una grandezza fisica: Si confronta direttamente la grandezza con il campione di misura corrispondente.

Esempio: Si misura direttamente la lunghezza di un corpo confrontandola con quella di un metro graduato. Il righello è lungo 10 cm ed è contenuto 3 volte nel foglio → Il foglio è lungo 30 cm

B. Misura indiretta di una grandezza fisica: Si risale alla misura della grandezza fisica a partire da misure di grandezze diverse legate da relazioni note alla grandezza da misurare.

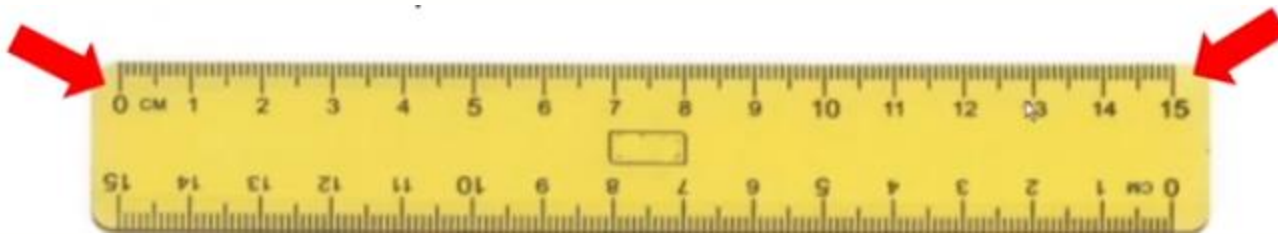
Esempio: Si misura indirettamente la velocità di un corpo misurando lo spostamento compiuto dal corpo e il tempo che impiega a percorrerlo. La velocità è il rapporto spostamento diviso il tempo.

STRUMENTI DI MISURA

CARATTERISTICHE:

- **Portata** (o «valore di fondo scala»)

Indica il valore minimo e massimo che lo strumento può misurare



- **Sensibilità**

Più piccola variazione della grandezza fisica che lo strumento può distinguere



- **Prontezza**

Rapidità con cui lo strumento risponde alla variazione della quantità da misurare



ERRORE DI MISURA

Ad ogni operazione di misura è associato un errore.

Esistono diversi tipi di errori:

- **Errori Casuali**

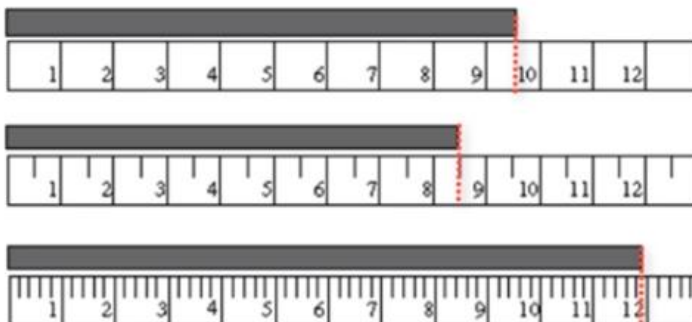
Sono dovuti a variazioni casuali delle condizioni di misura. Sono imprevedibili, non eliminabili, possono alterare la misura sia per eccesso che per difetto.

Misurando 10 volte la lunghezza di un tavolo, si ottengono ogni volta valori leggermente diversi

- **Errori Sistematici**

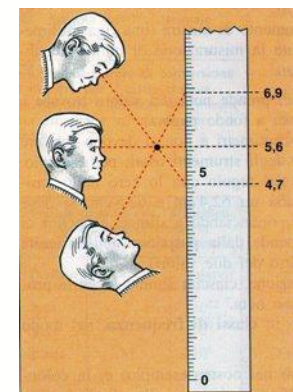
Sono errori dovuti ad un'errata taratura dello strumento o al metodo di misura utilizzato. Sono eliminabili, stimano la misura sempre o per eccesso o per difetto.

Se si pesano degli oggetti con una bilancia "truccata", si ottengono sempre valori inferiori a quelli veri.



**Errore
di sensibilità**

**Errore
di parallasse**



STIMA DELL'ERRORE DI MISURA

IL VALORE VERO DI UNA MISURA È UN CONCETTO IDEALE !

→ Ricerca del valore più attendibile

All'aumentare del numero di misurazioni di una grandezza, le fluttuazioni dovute agli errori casuali tendono a bilanciarsi in quanto avvengono sia per eccesso che per difetto con la stessa probabilità. Il valore più attendibile è la **media aritmetica M** delle misurazioni effettuate.

$$M = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$$

Errore assoluto e_a

Valore massimo tra **errore di sensibilità e_s** e **semidispersione massima d**

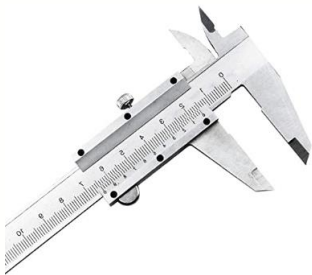
$$d = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2}$$

Il risultato della misura si esprime $x = M \pm e_a$

STIMA DELL'ERRORE DI MISURA

ESEMPIO

Usando un calibro con **sensibilità 0.01 mm** si ottengono i seguenti valori in mm della lunghezza di un chiodo



19,48 19,49 19,51 19,50 19,50 19,49 19,49 19,50

Valore medio

$$M = \frac{(19,48 + 19,49 + 19,51 + 19,50 + 19,50 + 19,49 + 19,49 + 19,50) \text{ mm}}{8} = 19,495 \text{ mm} = 19,50 \text{ mm}$$

Semidispersione massima

$$d = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2} = \frac{19,51 \text{ mm} - 19,48 \text{ mm}}{2} = 0,015 \text{ mm} = 0,02 \text{ mm}$$

semidispersione massima $d = 0,02 \text{ mm} > \text{errore di sensibilità } e_s = 0,01 \text{ mm}$

→ Errore assoluto = 0,02 mm

Risultato della misura

$$l = (19,50 \pm 0,02) \text{ mm}$$

$$l_{\min} = 19,48 \text{ mm}$$

$$l_{\max} = 19,52 \text{ mm}$$

ACCURATEZZA E PRECISIONE

ACCURATEZZA

Si riferisce a quanto siamo vicini al valore reale della misura.
Differenza tra il valore medio della misura e il valore reali.

PRECISIONE

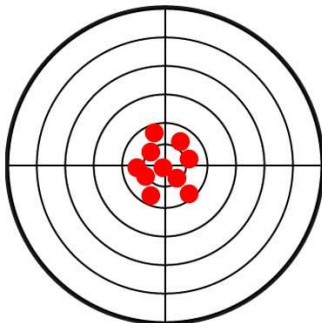
Si riferisce a quanto si avvicinano tra loro misure indipendenti.

Errore relativo

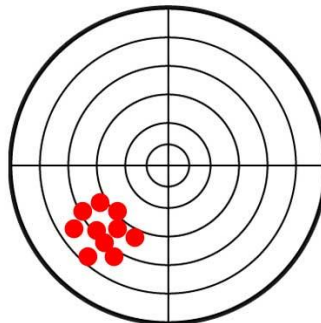
$$e_r = \frac{e_a}{M} \quad e_p = e_r \cdot 100\%$$

Una misura può essere precisa ma poco accurata!

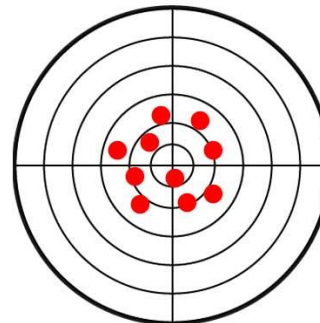
1: +Accurato +Preciso



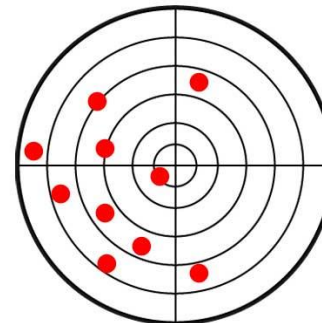
2: -Accurato +Preciso



3: +Accurato -Preciso



4: -Accurato -Preciso



Si definiscono convenzionalmente i campioni di misura utilizzati per misurare un insieme limitato di grandezze dette grandezze fondamentali.

Il sistema più utilizzato si chiama **Sistema Internazionale (SI)**

Comprende un insieme di 7 **grandezze fondamentali**

Grandezza fisica	simbolo	Unità di misura SI
Lunghezza	l	m (metro)
Massa	m	Kg (chilogrammo)
Tempo	t	s (secondo)
Temperatura	T	K (kelvin)
Quantità di sostanza	n	mol (mole)
Intensità di corrente	i	A (ampere)
Intensità luminosa	I_v	cd (candela)

Grandezze Derivate

Dalle grandezze fondamentali si ricavano tutte le altre.

Esempio:

- La velocità v si determina come rapporto tra spazio percorso e tempo impiegato a percorrerlo.

Le sue dimensioni fisiche sono pertanto

$$[v] = [l] / [t] = [l] [t]^{-1}$$

Notazione scientifica

$$1234 = 1.234 \cdot 10^3$$

$$1234.56 = 1.23456 \cdot 10^3$$

$$0.0002 = 2 \cdot 10^{-4}$$

$$0.000257 = 2.57 \cdot 10^{-4}$$

$10^{\pm n} \rightarrow$ significa che la virgola (punto) va spostato di n posti a destra (+) o a sinistra (-)

Nota: il + può essere omissso

10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	chilo	k
10^2	etto	h
10^1	deca	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f

Differenza percentuale (%) fra due numeri *A* e *B*

- **Differenza** $\Rightarrow D = A - B$ oppure $D' = B - A$
 $\Rightarrow D' = -D$

- **Differenza relativa:** è la differenza rispetto a un numero di **riferimento**

In questo caso ci possono essere due riferimenti:

- riferimento al numero *A* $D_R = \frac{A - B}{A}$

- riferimento al numero *B* $D_R = \frac{A - B}{B}$

Differenza percentuale (%):

$$D(\%) = D_R \times 100 \quad \text{oppure} \quad D(\%) = D_{R'} \times 100$$

Differenza percentuale (%)

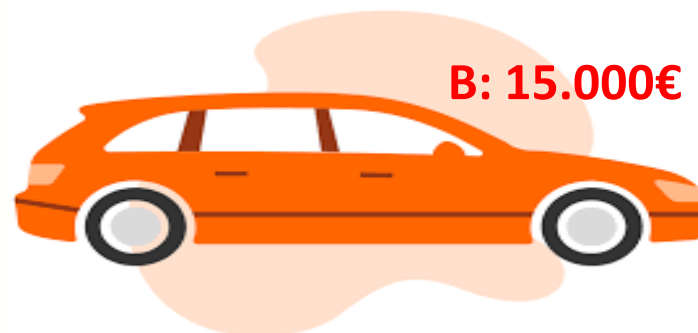
Esempio:

- 12 sett 2005 acquisto automobile per 20000,00 €
- 12 sett 2006 vendita usato per 15000,00 €

Di quanto si è svalutata l'auto? \Rightarrow Perdita netta = 20000 – 15000 = 5000,00 €

$$D(\%) = \frac{20000 - 15000}{20000} * 100 = 25\%$$

$$D(\%) = \frac{20000 - 15000}{15000} * 100 = 33\%$$



Grandezze Scalari e Vettoriali

Esistono due tipi di grandezze:

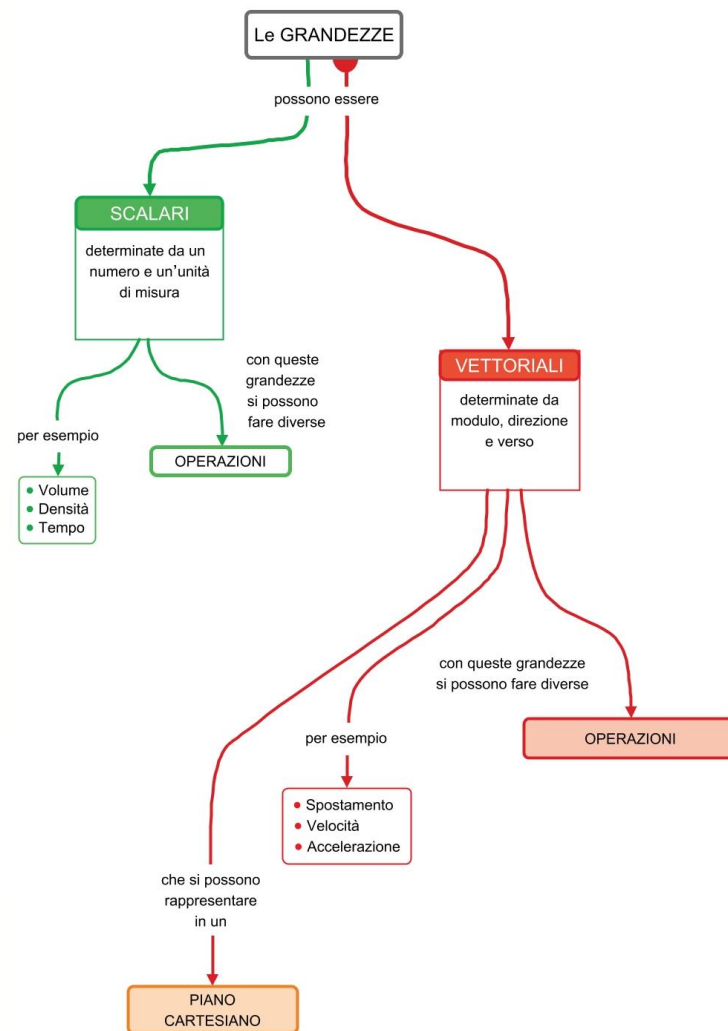
- **Grandezze Scalari** per essere definite hanno bisogno solo di un numero e di un'unità di misura
- **Grandezze Vettoriali** per essere definite hanno bisogno di un numero (che ne indica l'intensità), di una direzione, di un verso e di un'unità di misura

Notazione per indicare una grandezza vettoriale:

grassetto: \mathbf{v}

freccia sopra: \vec{v} $|\vec{v}|$ o $|\mathbf{v}|$ indica la sua intensità

2. Grandezze scalari e grandezze vettoriali



Esempi:

Grandezze Scalari

- La temperatura di un corpo è 37°C .
- La massa di un'automobile è 670 kg .

• Grandezze Vettoriali

La velocità di un'automobile è 120 km/h .

L'informazione non è completa: dove sta andando?

La velocità di un'automobile è 120 km/h , si muove lungo l'autostrada Roma - Napoli in direzione di Roma. Ora l'informazione è completa.

E' chiaro quindi che per definire questo tipo di grandezze non è sufficiente fornire un numero ed un'unità di misura.

Una **grandezza vettoriale** si rappresenta graficamente con una freccia: 

- La lunghezza è proporzionale all'intensità (o modulo)
- La direzione definisce la direzione del vettore
- Il verso della freccia indica il verso del vettore

Esempio:

a e **b** hanno la stessa direzione, ma verso opposto

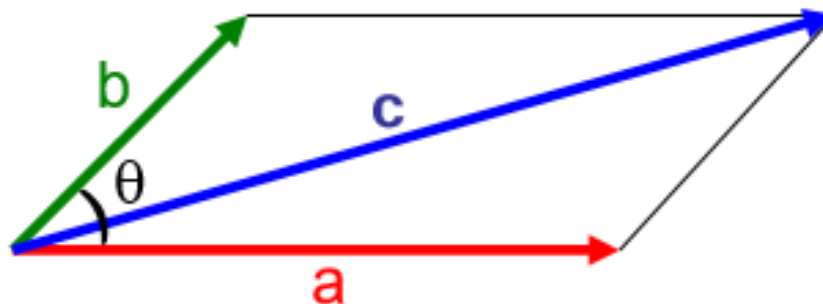


SOMMA DI VETTORI

La somma di due vettori è ancora un vettore.

Si può calcolare con la regola del parallelogramma:

*Il vettore somma **c** è dato dalla diagonale del parallelogramma
avente per lati i vettori addendi **a** e **b***

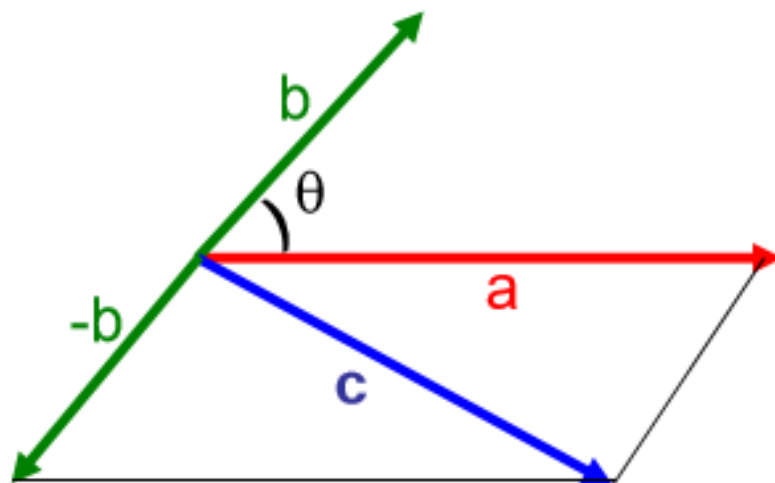


Modulo del vettore somma: $c = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos q}$

DIFFERENZA DI VETTORI

La differenza tra due vettori si ottiene sommando al primo vettore l'opposto del secondo vettore

$$\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{a} + (-\mathbf{b})$$



Modulo del vettore differenza: $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta}$

Esistono 3 tipi di moltiplicazione che coinvolgono i vettori **a** e **b**:

1. Moltiplicazione per uno scalare t

$$\mathbf{a} \cdot t = \mathbf{c}$$

c è un vettore avente intensità data dal prodotto $|\mathbf{a}| \cdot t$, la stessa direzione di **a** e verso uguale od opposto al verso di **a** a seconda che t sia positivo o negativo

2. Prodotto Scalare

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = c \rightarrow c \text{ è una grandezza scalare}$$

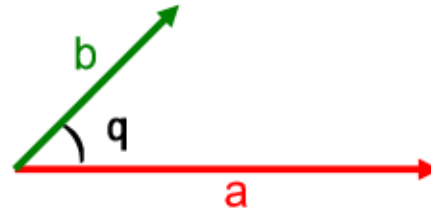
3. Prodotto Vettoriale

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{c} \rightarrow \mathbf{c} \text{ è una grandezza vettoriale}$$

PRODOTTO SCALARE TRA DUE VETTORI

Prodotto Scalare

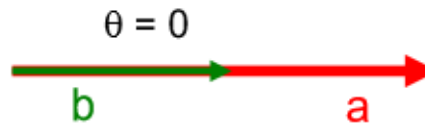
$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \cos \theta = c$$



Il coseno è una funzione trigonometrica che vale 1 quando l'angolo è di 0° e 0 quando l'angolo è di 90°

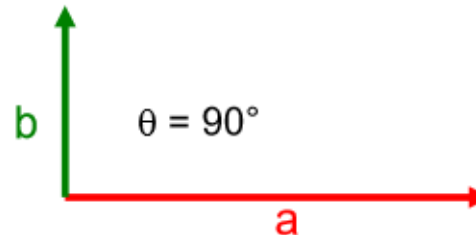
Casi limite

Vetтори Paralleli **fi** $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$



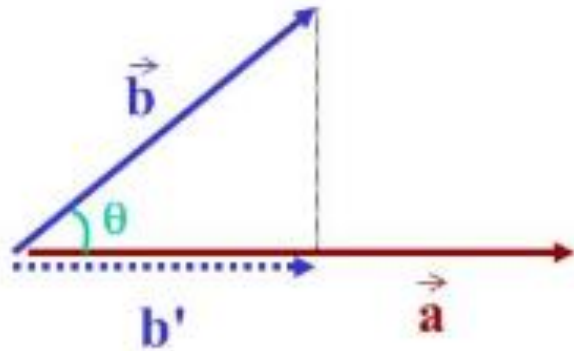
$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \cos \theta = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot 1 = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}|$$

Vetтори Perpendicolarifi $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$



$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \cos \theta = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot 0 = 0$$

PRODOTTO SCALARE TRA DUE VETTORI



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = |\vec{a}| b'$$

$$b' = |\vec{b}| \cos \theta : \text{componente di } \vec{b} \text{ lungo } \vec{a}$$

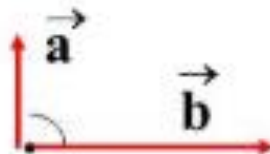
Es.:

$$\theta = 0^\circ$$



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \phi = ab$$

$$\theta = 90^\circ$$



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \theta = 0$$

$$\theta = 180^\circ$$

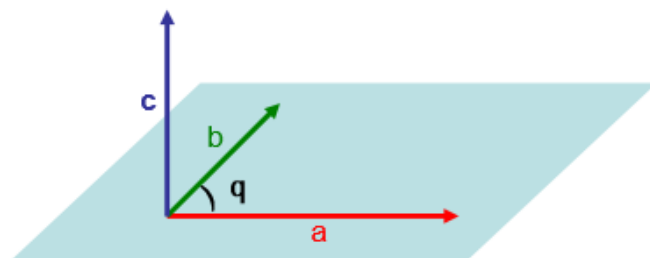


$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \theta = -ab$$

PRODOTTO VETTORIALE

Prodotto Vettoriale

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{c} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \sin \theta$$



Il seno è una funzione trigonometrica che vale 0 quando l'angolo è di 0° e 1 quando l'angolo è di 90° .

Casi limite

Vettori Paralleli **fi** $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$



$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \sin \theta = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot 0 = 0$$

Vettore prodotto:

- modulo: $|\mathbf{c}| = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \sin \theta$

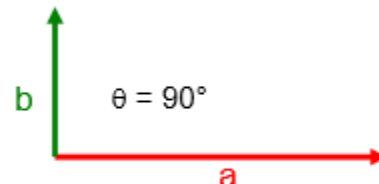
(prodotto tra i moduli dei vettori \mathbf{a} e \mathbf{b} per il seno dell'angolo tra essi compreso)

- direzione: è perpendicolare al piano definito da \mathbf{a} e \mathbf{b} (entra o esce dal piano)

- verso: si determina con la *regola della mano destra*, si punta il pollice nella direzione del primo vettore, l'indice in quella del secondo, il medio dà la direzione del prodotto vettoriale

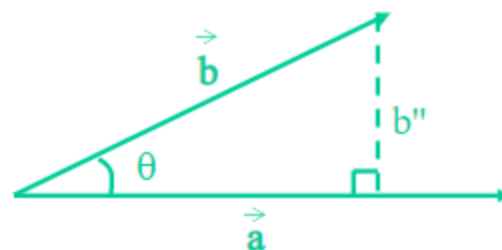
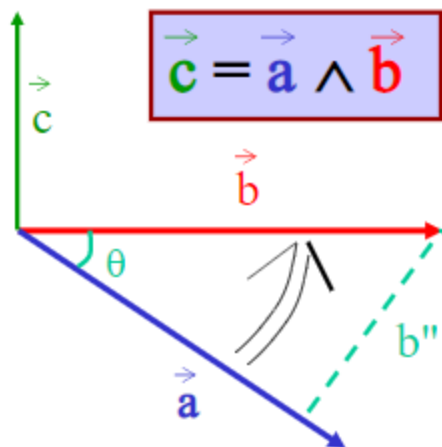
fi Il prodotto vettoriale non gode quindi della proprietà commutativa
 $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a}$ (proprietà anticommutativa)

Vettori Perpendicolari **fi** $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$



$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \sin \theta = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot 1 = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}|$$

PRODOTTO VETTORIALE



Direzione di \vec{c} :
ortogonale ad \vec{a} e \vec{b}

Modulo di \vec{c} :

$$|\vec{c}| = |\vec{a}| \underbrace{|\vec{b}| \sin \theta}_{b''} = |\vec{a}| b''$$

b'' : componente di \vec{b} ortogonale ad \vec{a}

Verso di \vec{c} :

verso di avanzamento di una vite che ruota sovrapponendo \vec{a} su \vec{b}

VETTORI: CASO UNIDIMENSIONALE

Se tutti i vettori nel problema considerato **hanno la stessa direzione**, il problema si semplifica notevolmente (problema unidimensionale)

somma e differenza
di vettori



somma algebrica dei
corrispondenti moduli

prodotto scalare di
due vettori



Prodotto algebrico dei
corrispondenti moduli



algebra ordinaria delle grandezze scalari

$=$	uguale a
\approx	approssimativamente uguale a
\approx oppure \sim	circa uguale, dell'ordine di grandezza di
\neq	diverso da
$> (<)$	maggiore (minore) di
$\gg (<<)$	molto maggiore (minore) di
$\leq (\geq)$	maggiore (minore) o uguale
\propto	direttamente proporzionale a
$ x $	modulo (o valore assoluto) di x
Δx	variazione (aumento) di x ($x_{\text{dopo}} - x_{\text{prima}}$)
$-\Delta x$	diminuzione (o differenza) di x ($x_{\text{prima}} - x_{\text{dopo}}$)

Numeri relativi: numeri preceduti dal segno **+** o dal segno **-**

$a = - 5,2$

segno \rightarrow $-$ \leftarrow modulo o valore assoluto
(si indica con $|a|$)

Due numeri relativi sono

- **concordi** se hanno lo stesso segno es: $(-3 ; -7,15 ; -6001)$;
- **discordi** se hanno segno contrario es: $(+73,6 ; -12,2)$;
- **opposti** se hanno stesso modulo e segno contrario es: $(-2,13 ; +2,13)$
- **reciproci (inversi)** se hanno lo stesso segno e modulo inverso
es: $(-4/5 ; -5/4)$

Chiamiamo **espressione algebrica** una espressione matematica che
contiene numeri relativi

numerica: $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{4}{3}\right)$

letterale: $3a^2b - 5ab^2$

... dove le lettere rappresentano

In una espressione matematica

un generico numero

- intero (0; 1; 2; 3; ...)
- intero relativo (... -2; -1; 0; 1; ...)
- reale ($-1/2$; 136,11111; $\sqrt{7}$; $e^{2,7}$...)

In una legge fisica

una grandezza fisica

valore numerico + unità di misura

- m (3,7 kg; 8 mg; 12 lb; ...)
- t (8,7 ms; 3 h; 2,7 giorni; ...)



Stessa algebra !!

Nell'algebra dei numeri relativi, una espressione contenente addizioni e sottrazioni numeriche e letterali

$$3 - 2z + 5 - 8y - 4$$

viene sempre considerata come una **somma algebrica**, ovvero intesa come somma di numeri relativi:

$$+ 3 + (-2z) + (+5) + (-8y) + (-4)$$

Nota: per lo scioglimento delle parentesi in una espressione

- si elimina la parentesi se preceduta dal segno **+**
$$+ (4x - 2y + 3z) = 4x - 2y + 3z$$
- si elimina la parentesi cambiando segno a tutti i fattori al suo interno se preceduta dal segno **-**
$$- (4x - 2y + 3z) = -4x + 2y - 3z$$

OPERAZIONI ALGEBRICHE

Le 4 operazioni

• Addizione (somma)

$$(-2) + (-6) = -8$$

$$(-13) + (+9) = -4$$

Addendi **concordi**: somma dei moduli
stesso segno

Addendi **discordi**: differenza dei moduli
segno dell'addendo di modulo maggiore

• Sottrazione (differenza)

$$(-4) - (-9) = (-4) + (+9) = +5$$

Si ottiene sommando al primo numero
(minuendo) **l'opposto del secondo** (sottraendo)

• Moltiplicazione (prodotto)

$$(-4)(-3)(-7) = -84$$

Il **modulo** è il prodotto dei moduli

Il **segno** è **positivo** -> numero pari di segni -
negativo -> numero dispari di segni -

• Divisione (quoziente o rapporto)

$$(-21) : (+7) = (-21) \left(+\frac{1}{7} \right) = -3$$

Si ottiene moltiplicando il dividendo
per **il reciproco del divisore**

Una frazione è un rapporto tra due numeri a e b

$$\frac{a}{b}$$

← numeratore

← denominatore

Frazioni equivalenti

Dividendo o moltiplicando numeratore e denominatore per un fattore comune, la frazione non cambia.

$$\frac{a}{b} = \frac{x \cdot a}{x \cdot b}$$

Es: $\frac{3}{6}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{6}{12}$ sono frazioni equivalenti

Riduzione ai minimi termini

Esprimere una frazione in una forma equivalente con valori minimi del numeratore e denominatore (divisione per tutti i fattori comuni)

$$\frac{4}{10} = \frac{\cancel{2} \cdot 2}{\cancel{2} \cdot 5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{378}{315} = \frac{\cancel{7} \cdot 2 \cdot \overset{3}{\cancel{3}^3}}{\cancel{7} \cdot 5 \cdot \cancel{3}^2} = \frac{2 \cdot 3}{5} = \frac{6}{5}$$

Moltiplicazione di due frazioni

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Es: $\frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 2} = \frac{15}{4}$

$\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{5} = \frac{2 \cdot \cancel{6}^2}{\cancel{3} \cdot 5} = \frac{2 \cdot 2}{5} = \frac{4}{5}$

Somma/differenza di frazioni:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Es: $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$$

$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9+2}{12} = \frac{11}{12}$ (12 = minimo comune multiplo di 6 e 4)

$\frac{9}{10} - \frac{2}{5} = \frac{9-4}{10} = \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{10}_2} = \frac{1}{2}$

Divisione di due frazioni:

$$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Es: $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)}{\left(\frac{4}{3}\right)} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{4}_2} \cdot \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}} = \frac{1}{2}$

Inverso di una frazione:

$$\frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)} = \frac{b}{a}$$

Es: $\frac{1}{2/3} = \frac{3}{2}$

Esempi:

$$\bullet \left(\frac{1}{6} - 1\right) \left(3 - \frac{2}{5}\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) = [R. = -2]$$

$$\bullet \left(-\frac{7}{6}\right) : \left(2 - \frac{3}{2}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) : \left(1 - \frac{3}{4}\right) = [R. = -5]$$

Le **frazioni di frazioni** si risolvono facilmente ricordando le proprietà viste finora

Esempi:

$$\bullet \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{8}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{8}{1} = \frac{8}{5}$$

$$\bullet \frac{\frac{3}{7}}{\frac{9}{9}} = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{21}$$

$3/4$ e' maggiore di $5/6$? Equivalentemente, $3/4 - 5/6 > 0$?

Confronto tra frazioni

Per confrontare due frazioni e' opportuno esprimerle in forma equivalente con denominatore comune

Il minimo comune denominatore tra 4 e 6 e' 12

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} \quad \frac{5}{6} = \frac{10}{12} \quad \longrightarrow \quad \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{6} = \frac{9-10}{12} = \frac{-1}{12} = -\frac{1}{12} < 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$$

$$\left(\text{Nota : } -\frac{3}{4} > -\frac{5}{6} \right)$$

ELEVAMENTO A POTENZA

Elevamento a Potenza

a = base, b = esponente

$$a^b = a \cdot a \cdot a \cdots (b \text{ volte})$$

- una potenza di esponente pari è sempre positiva;
- una potenza di esponente dispari è negativa se la base è negativa.

Proprietà delle potenze:

• $a^n + a^m \rightarrow$ (nessuna particolare proprietà)

$$a^3 + a^2 = (a \cdot a \cdot a) + (a \cdot a) = \dots \text{dipende!}$$

• $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$$\longrightarrow a^3 \cdot a^2 = (a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a) = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$$

• $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

$$\longrightarrow (a^3)^2 = (a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a) = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^6$$

• $a^n / a^m = a^{n-m}$

$$\longrightarrow a^3 / a^2 = (a \cdot a \cdot a) / (a \cdot a) = a = a^1$$

• $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

$$\longrightarrow a^2 \cdot b^2 = a \cdot a \cdot b \cdot b = a \cdot b \cdot a \cdot b = (a \cdot b)^2$$



Ma attenzione:

$$a^2 / a^3 = (a \cdot a) / (a \cdot a \cdot a) = 1/a = a^{-1} = a^{2-3}$$

$$a^3 / a^3 = (a \cdot a \cdot a) / (a \cdot a \cdot a) = 1 = a^0 = a^{3-3}$$

Perché la regola continua a valere, occorre definire

$a^{-n} = 1/a^n$ potenza a esponente negativo

$a^0 = 1$ potenza a esponente nullo

ELEVAMENTO A POTENZA

Esempi:

$$\bullet \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \left(-\frac{1}{2}\right)^4 =$$

$$\left[R. = -\frac{1}{128}\right]$$

$$\bullet (-2)(+2)^2 =$$

$$\left[R. = -8\right]$$

$$\bullet (+2)^3 (-3)^3 =$$

$$\left[R. = -216\right]$$

$$\bullet \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^8 =$$

$$\left[R. = 16\right]$$

$$\bullet (-3)^5 \div \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} =$$

$$\left[R. = 9\right]$$

$$\bullet \left[\left(\frac{1}{2} - 1\right)^2\right]^{-3} =$$

$$\left[R. = 64\right]$$

RADICE DI UN NUMERO

Radice di un numero

a = radicando , n = indice

E' l'operazione inversa dell'elevamento a potenza:

$\sqrt[n]{a}$ è quel numero la cui potenza n -esima è uguale ad a :

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \cdots (n \text{ volte}) = a$$

- la radice di indice **pari** di un numero **negativo** non esiste

$$\cancel{\sqrt{-4}}$$

- la radice di indice **dispari** di un numero esiste ed è unica

$$\sqrt[3]{8} = 2; \quad \sqrt[3]{-27} = -3$$

- esistono sempre due radici di indice **pari** di un numero **positivo**

$$\sqrt{25} = \pm 5$$

Nota: una potenza con **esponente frazionario** è uguale ad un radicale che ha per indice il denominatore della frazione

$$\sqrt[m]{a^n} = a^{n/m}$$

Infatti $a^{n/m} \cdot a^{n/m} \cdot a^{n/m} \cdots (m \text{ volte}) = a^{mn/m} = a^n$

$$\text{Esempio: } \sqrt[2]{a^6} = a^{6/2} = \sqrt{(a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a)} = \sqrt{(a \cdot a \cdot a)^2} = a \cdot a \cdot a = a^3$$

RADICE DI UN NUMERO

Esempi:

$$\bullet \sqrt[6]{2^{12}} = [R. = 4]$$

$$\bullet 4^{\frac{3}{2}} \cdot 4^{-2} = \left[R. = \pm \frac{1}{2} \right]$$

$$\bullet (-4)^{\frac{3}{2}} \cdot (-4)^{-2} = [R. = \text{assurdo}]$$

$$\bullet \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{10^{-4}}} = [R. = 200]$$

PROPRIETÀ DEI RADICALI

Proprietà dei radicali : si verificano facilmente utilizzando potenze con esponenti frazionari !

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \quad ; \quad \sqrt[n]{0} = 0 \quad ; \quad \sqrt[n]{1} = 1$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \text{da cui si ha} \quad \sqrt[n]{a^n} = a$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} \cdots = \sqrt[n]{a \cdot b \cdot c \cdots} \quad (\text{prodotto di radicali dello stesso indice})$$

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b} \quad (\text{quoziente di radicali dello stesso indice})$$

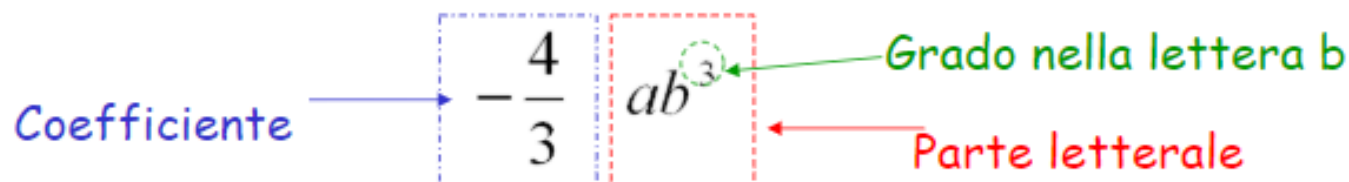
$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k} \quad (\text{potenza di un radicale})$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a} \quad (\text{radice di un radicale})$$

$$a \cdot \sqrt[n]{b} = \begin{cases} \sqrt[n]{a^n \cdot b} & \text{se } a > 0 \\ -\sqrt[n]{a^n \cdot b} & \text{se } n \text{ è pari e } a < 0 \end{cases}$$

MONOMI E POLINOMI

Monomio: una qualunque **espressione algebrica** che si presenta sotto forma di **prodotto** di fattori numerici e letterali



identici se hanno stesso coefficiente e stessa parte letterale

$$\frac{2}{3}a^2b \ ; \ \frac{4}{6}a^2b \ ; \ 0,6a^2b \ ; \ \dots$$

simili se hanno la stessa parte letterale e diverso coefficiente

$$-8a^2bc^4 \ ; \ \frac{5}{7}a^2bc^4 \ ; \ 5,2a^2bc^4 \ ; \ \dots$$

Polinomio: è una **somma algebrica** di più monomi non simili

$$2a - 3b \ ; \ mn + 2n - 4 \ ; \ 3ab - 4a + 2b - 9$$

binomio

trinomio

MONOMI E POLINOMI

Le operazioni algebriche con **monomi** si eseguono seguendo le regole viste in precedenza, e ricordando che solo monomi simili possono essere sommati algebricamente

Esempi:

- $3a^2b + 2ab^2 - 5a^2b - ab^2 =$ $[R. = ab^2 - 2a^2b]$
- $(6ab^2) \cdot (-3a^2b) =$ $[R. = -18a^3b^3]$
- $\frac{8a^5b^2}{-2ab^3} =$ $\left[R. = -4 \frac{a^4}{b} \right]$

Il prodotto di due **polinomi** si ottiene come somma algebrica dei prodotti di ciascun termine del primo polinomio per tutti i termini del secondo.

Esempi:

- $(-2a + ab^2)(-3a^2b) =$ $[R. \quad 6a^3b - 3a^3b^3]$
- $(3x + 2y)(4x - 5y) =$ $[R. \quad 12x^2 - 7xy - 10y^2]$

POTENZE DI DIECI

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$$

$$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$$

.....

$$10^6 = 1000000$$

.....

$$10^{-1} = 1/10^1 = 0,1$$

$$10^{-2} = 1/10^2 = 0,01$$

$$10^{-3} = 1/10^3 = 0,001$$

.....

$$10^{-6} = 0,000001$$

.....

$$10^5$$

(si legge "dieci alla quinta")

è uguale a 1 **moltiplicato** per 10^5

$$1 \cdot 100000 = 100000$$



è uguale a 1 .0 spostando la virgola
a destra di **5** posti

$$10^{-5}$$

(si legge "dieci alla meno 5")

è uguale a 1 **diviso** per 10^5

$$1/100000 = 0.00001$$



è uguale a 1.0 spostando la virgola
a sinistra di **5** posti

POTENZE DI DIECI

Consideriamo un numero, ad es. 12,43

Questo numero lo posso scrivere in varie forme equivalenti:

$$12,43 = \left(\frac{12,43}{10}\right) \cdot 10 = 1,243 \cdot 10 = 1,243 \cdot 10^1 \quad \leftarrow \text{Posso spostare la virgola di una posizione verso sinistra moltiplicando il numero risultante per } 10^1$$

$$12,43 = \left(\frac{12,43}{100}\right) \cdot 100 = 0,1243 \cdot 100 = 0,1243 \cdot 10^2 \quad \leftarrow \text{Virgola spostata di due posizioni verso sinistra numero risultante moltiplicato per } 10^2$$

$$12,43 = 0,01243 \cdot 10^3 \quad \leftarrow \text{Fattore moltiplicativo: } 10^3$$

↪ Virgola spostata di 3 posizioni a sinistra

$$12,43 = \frac{(12,43 \cdot 10)}{10} = \frac{124,3}{10} = 124,3 \cdot 10^{-1} \quad \leftarrow \text{Virgola spostata di una posizione verso destra numero risultante moltiplicato per } 10^1$$

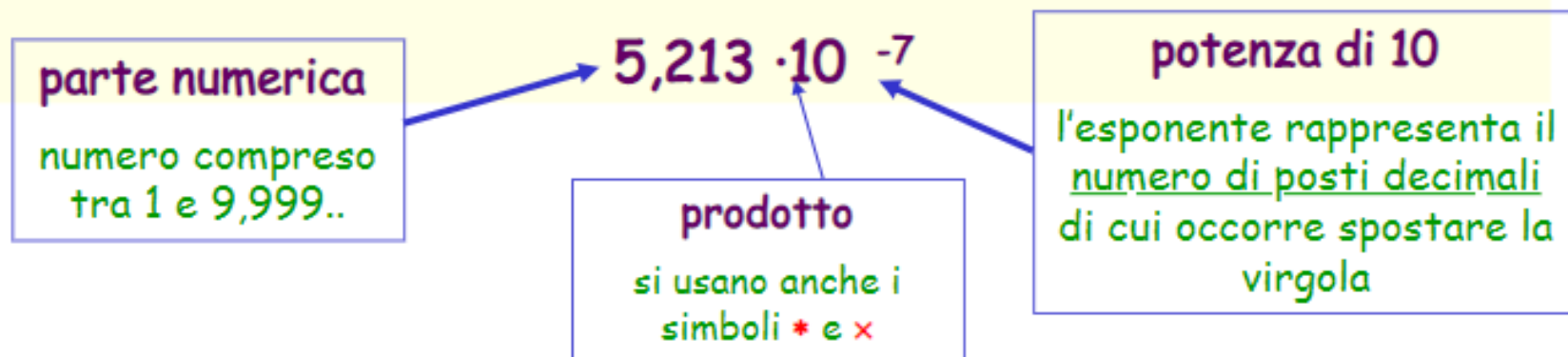
$$12,43 = 1243 \cdot 10^{-2} \quad 12,43 = 12430 \cdot 10^{-3} \quad \leftarrow \text{Fattore moltiplicativo: } 10^{-3}$$

↪ Virgola spostata di 3 posizioni a destra

E' possibile esprimere qualsiasi numero come il prodotto di un fattore per una potenza di dieci. Il fattore numerico è ottenuto spostando la virgola del numero iniziale di un numero di posizioni pari al valore assoluto dell'esponente, verso sinistra se l'esponente è positivo, verso destra se negativo.

Notazione scientifica (forma esponenziale)

Si usa nei calcoli scientifici per esprimere numeri **molto grandi** e **molto piccoli**



Esempi: $l = 345000 \text{ m} = 3,45 \cdot 10^5 \text{ m}$
 $l = 0,00038 \text{ m} = 3,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

Conversione di un numero da notazione ordinaria a notazione scientifica

Esempi:

$$274 = 274,0 = 2,74 \cdot 100 = 2,74 \cdot 10^2$$

$$0,35 = 3,5/10 = 3,5 \cdot 10^{-1}$$

$$4250000 = 4,25 \cdot 10^6 \quad (\text{virgola spostata di 6 posizioni verso sinistra})$$

$$0,001 = 1/1.000 = 1/10^3 = 1 \cdot 10^{-3} \quad (\text{virgola spostata di 3 posizioni verso destra})$$

$$0,000043 = 4,3/100.000 = 4,3 \cdot 10^{-5} \quad (\text{virgola spostata di 5 posizioni verso destra})$$

In conclusione:

Per convertire un numero in notazione scientifica si sposta la virgola decimale fino ad ottenere un fattore numerico compreso tra 1 e 10 che moltiplica una potenza di dieci con esponente pari al numero di posizioni di cui si è spostata la virgola.

L'esponente è **positivo** se la virgola decimale è spostata verso sinistra (numero grande), **negativo** se è spostata verso destra (numero piccolo).

NOTAZIONE ORDINARIA E SCIENTIFICA

Esempi: convertire da notazione numerica scientifica a notazione numerica ordinaria (o viceversa)

- $0,00321 =$ [R. $3,21 \cdot 10^{-3}$]
- $972000 =$ [R. $9,72 \cdot 10^5$]
- $8,26 \cdot 10^4 =$ [R. 82600]
- $3,2 \cdot 10^{-7} =$ [R. $0,00000032$]

Le proprietà delle potenze permettono di eseguire velocemente operazioni complicate, con risultati esatti

- $0,00002 \times 0,0003 =$ [R. $6 \cdot 10^{-9}$]
- $\frac{0,02 \times 3000}{60 \times 0,4} =$ [R. $2,5$]
- $\sqrt[4]{0,0016} =$ [R. $0,2$]

o con risultati approssimati (cioè non lontani dal risultato vero).

- $7987 \times 70444 =$ [R. $\approx 5,6 \cdot 10^8$]

Equazione = relazione di uguaglianza tra due membri
verificata per **particolari** valori di una variabile **incognita**

$$ax + b = 0 \quad \rightarrow \quad x = -b/a$$

Sommando (sottraendo)

una **stessa** quantità a **entrambi** i membri

Moltiplicando (dividendo)

per una **stessa** quantità **entrambi** i membri

} \rightarrow **il risultato non cambia**

Es 1:

$$\left(\frac{3}{4}\right) + x = 7 \quad \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} + x - \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} = 7 - \frac{3}{4} \quad x = 7 - \left(\frac{3}{4}\right) \quad x = \frac{28 - 3}{4} = \frac{25}{4}$$

Es 2:

$$\left(\frac{3}{4}\right) \cdot x = 7 \quad \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \cdot x \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}} = 7 \cdot \frac{4}{3} \quad x = 7 \cdot \left(\frac{4}{3}\right) \quad x = \frac{7 \cdot 4}{3} = \frac{28}{3}$$

EQUAZIONI DI 1° GRADO

La variabile incognita compare elevata alla prima potenza : $x^1 = x$

Esempio:

$$\frac{a}{b} \cdot x + c = \frac{d}{e} + f$$

$$\frac{a}{b} \cdot x + \textcircled{c} = \frac{d}{e} + f \quad \text{---}$$

$$\frac{a}{b} \cdot x + \cancel{c} - \cancel{c} = \frac{d}{e} + f - c$$

$$\textcircled{\frac{a}{b}} \cdot x = \left(\frac{d}{e} + f - c \right)$$

$$\textcircled{a} \cdot x = \left(\frac{d}{e} + f - c \right) \cdot b$$

$$\longrightarrow x = \left(\frac{d}{e} + f - c \right) \cdot \frac{b}{a}$$

EQUAZIONI DI 1° GRADO

Esempi: risolvere le equazioni rispetto alle variabili evidenziate

- $3(2\mathbf{x} + 5) = 5 + \mathbf{x}$ $[R. \quad x = -2]$
- $2a + b = \mathbf{x} - 2(\mathbf{x} + b)$ $[R. \quad x = b - 2a]$
- $\frac{1}{\mathbf{a} - c} = b$ $\left[R. \quad a = \frac{1}{b} + c \right]$
- $2(5 - \mathbf{x}) = \mathbf{x} - 3(\mathbf{x} + 2)$ $[R. \quad impossibile]$
- $2(-3 - \mathbf{x}) = \mathbf{x} - 3(\mathbf{x} + 2)$ $[R. \quad sempre \ verificato]$

PROPORZIONI

$$a:b = c:d \rightarrow ad = bc$$

Prodotto dei medi = prodotto degli estremi
Nulla di magico: sono solo normali equazioni!

$$\begin{array}{lcl} a/b = c/d & \rightarrow & a = bc/d \quad c = ad/b \\ & & b = ad/c \quad d = bc/a \end{array}$$

Es 1: Conversione tra unità di misura (Lire \leftrightarrow euro):

$$N \text{ lire} : X \text{ euro} = 1936,27 \text{ lire} : 1 \text{ euro} \Rightarrow X \text{ euro} \cdot 1936,27 \text{ lire} = N \text{ lire} \cdot 1 \text{ euro}$$

$$100 \text{ m} : X \text{ s} = 19,2 \text{ m} : 2 \text{ s} \Rightarrow X \text{ s} \cdot 19,2 \text{ m} = 2 \text{ s} \cdot 100 \text{ m} \Rightarrow X = \frac{2 \text{ s} \cdot 100 \text{ m}}{19,2 \text{ m}} = 10,4$$



Per usare una proporzione le due grandezze devono essere tra loro **DIRETTAMENTE PROPORZIONALI**

Esempio: risolvere usando le proporzioni

Mediante perfusione intravenosa vengono somministrate 50 gocce al min di soluzione fisiologica (20 gocce = 1mlitro). Dopo 30 min, quanti mlitri di soluzione sono stati somministrati ?

[R. 75 ml]

Soluzione:

Si impostano le seguenti proporzioni

a) $50 \text{ gocce} : 1 \text{ min} = x : 30 \text{ min}$ da cui $x = 1500 \text{ gocce}$

b) $20 \text{ gocce} : 1 \text{ ml} = 1500 \text{ gocce} : x$ da cui $x = 75 \text{ ml}$


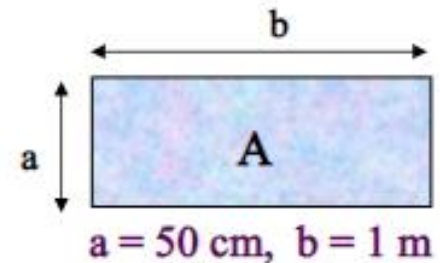
EQUAZIONI NELLA FISICA

Relazione di uguaglianza tra due membri

*tutto ciò che è a 1° membro (numeri + unità di misura)
deve essere uguale a tutto ciò che è a 2° membro*

Es. Area di un rettangolo:

$$\begin{aligned} A &= ab = (50 \text{ cm}) * (1 \text{ m}) \\ &= 50 \text{ cm} * \text{m} \text{ (da evitare!)} \\ &= 50 \text{ cm} * 100 \text{ cm} = 5000 \text{ cm}^2 \\ &= \cancel{5000 \text{ cm}} \text{ NO!} \\ &= 0.5 \text{ m} * 1 \text{ m} = 0.5 \text{ m}^2 \\ &= \cancel{0.5 \text{ m}} \text{ NO!} \end{aligned}$$



Equivalenze tra unità di misura

EQUIVALENZE TRA UNITÀ DI MISURA

Equivalenze tra unità di misura

Occorre conoscere il **fattore di conversione** tra le diverse unità di misura

Es. Velocità

km/h → m/s

$$1 \text{ km/h} = 1000 \text{ m} / 3600 \text{ s} \\ = \boxed{0,28} \text{ m/s}$$

$$n \text{ km/h} = n \cdot 0,28 \text{ m/s}$$

m/s → km/h

$$1 \text{ m/s} = 0,001 \text{ km} / (1/3600) \text{ h} \\ = \boxed{3,6} \text{ km/h}$$

$$n \text{ m/s} = n \cdot 3,6 \text{ km/h}$$

Velocità di un atleta dei 100 m:
di un'automobile:
della luce:

$$\begin{aligned} 10 \text{ m/s} &= 10 \cdot 3,6 \text{ km/h} = 36 \text{ km/h} \\ 120 \text{ km/h} &= 120 \cdot 0,28 \text{ m/s} = 33,6 \text{ m/s} \\ 300000 \text{ km/s} &= 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ &= 3 \cdot 10^8 \cdot 3,6 \text{ km/h} = 1,08 \cdot 10^9 \text{ km/h} \end{aligned}$$

Ovviamente il **fattore di conversione inverso** è l'inverso del
fattore di conversione !

$$\text{Es. } 0,28 = 1 / 3,6$$

MULTIPLI E SOTTOMULTIPLI

Multipli e sottomultipli di una unità di misura possono essere espressi usando prefissi:

<i>Prefisso</i>	<i>Simbolo</i>	<i>Fattore di moltiplicazione</i>
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^9
mega	M	10^6
kilo	k	10^3
etto	h	10^2
deca	da	10^1

<i>Prefisso</i>	<i>Simbolo</i>	<i>Fattore di moltiplicazione</i>
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}

Es:

$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$	$1 \text{ dm} = 10^{-1} \text{ m}$	$1 \text{ }\mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$
$1 \text{ Mm} = 10^6 \text{ m}$	$1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$	$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$
$1 \text{ Gm} = 10^9 \text{ m}$	$1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$	$1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}$

$(1 \text{ mm} = 1/1000 \text{ m} = 1/10^3 \text{ m} = 10^{-3} \text{ m})$

MULTIPLI E SOTTOMULTIPLI

Esempi: convertire le seguenti grandezze nelle unità di misura indicate

- 12 in/min **in** cm/s
- 6,7 litri **in** m³ (ricordare che 1 litro = 1 dm³)
- 33 kg/m³ **in** mg/cm³
- 1h 7' 30" **in** min

Metodo "comodo" per esprimere **variazioni**
(aumenti o diminuzioni) rispetto a una situazione nota

$$\begin{aligned} 1 \% &= 1/100 = 10^{-2} = 0.01 \\ n \% &= n/100 = 10^{-2} \cdot n = 0.01 \cdot n \end{aligned}$$

Esempi:

- 3% di 150 = $3 / 100 \cdot 150 = 0,03 \cdot 150 = 4,5$
- 20% di 10000 = $0,20 \cdot 10000 = 2000$
- 20% di 0,003 = $0,20 \cdot 0,003 = 2 \cdot 10^{-1} \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 6 \cdot 10^{-4} = 0,0006$
- 200% di 1000 = $2 \cdot 1000 = 2000$
(raddoppiare \Rightarrow aumentare del 100% \Rightarrow passare al 200 %)

"Per mille": $1 \text{ ‰} = 1/1000 = 0.001 = 0.1\%$

"Parte per milione": $1 \text{ ppm} = 1/1000000 = 0.000001 = 0.0001\% = 0.001 \text{ ‰}$

**Attenzione: la percentuale e' sempre
relativa alla grandezza a cui si riferisce !**

Esempi:

- 20% di 1000 **grammi** = $(0.20 \cdot 1000)$ **grammi** = 200 **grammi**

- Aumentare una quantità Q del 5%:

$$Q \Rightarrow Q + 5\%Q = Q + 0,05 \cdot Q = Q \cdot (1 + 0,05) = 1,05 \cdot Q$$

- Diminuire una quantità Q del 5%:

$$Q \Rightarrow Q - 5\%Q = Q - 0,05 \cdot Q = Q \cdot (1 - 0,05) = 0,95 \cdot Q$$

- Soluzione di una sostanza in acqua al 5% =

in volume: ad es. in 1 **litro** di soluzione, 950 **cm³** d'acqua e 50 **cm³** di soluto

in peso: ad es. in 1 **kg** di soluzione, 950 **g** d'acqua e 50 **g** di soluto

SUPERFICI E VOLUMI

Il perimetro di una figura si misura sempre in m, cm, ...

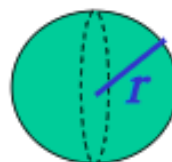
L'area della superficie di un corpo si misura sempre in m², cm², ...

Il volume (o capacità) di un corpo si misura sempre in m³, cm³, ...



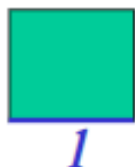
cerchio

$$c = 2\pi r \quad A = \pi r^2$$



sfera

$$S = 4\pi r^2 \quad V = \left(\frac{4}{3}\right)\pi r^3$$



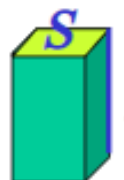
quadrato

$$P = 4l \quad A = l^2$$



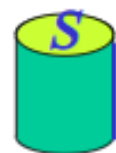
cubo

$$S = 6l^2 \quad V = l^3$$



parallelepipedo

$$V = S \cdot l$$



cilindro

$$V = S \cdot l = \pi r^2 \cdot l$$

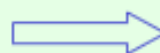
$$1 \text{ m}^2 = (1 \text{ m})^2 = (10^2 \text{ cm})^2 = 10^4 \text{ cm}^2 = 10000 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ m}^3 = (1 \text{ m})^3 = (10^2 \text{ cm})^3 = 10^6 \text{ cm}^3 = 1000000 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ cm}^2 = (1 \text{ cm})^2 = (10^{-2} \text{ m})^2 = 10^{-4} \text{ m}^2 = 0.0001 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ cm}^3 = (1 \text{ cm})^3 = (10^{-2} \text{ m})^3 = 10^{-6} \text{ m}^3 = 0.000001 \text{ m}^3$$

$$\begin{aligned} \underline{1 \text{ litro} = 1 \text{ dm}^3} &= (1 \text{ dm})^3 = (10^{-1} \text{ m})^3 = 10^{-3} \text{ m}^3 \\ &= (10^{-1} \text{ m})^3 = 10^{-3} \text{ m}^3 \end{aligned}$$



$$\underline{1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3}$$

Funzione = relazione univoca tra due grandezze variabili

$$y=f(x)$$

variabile dipendente

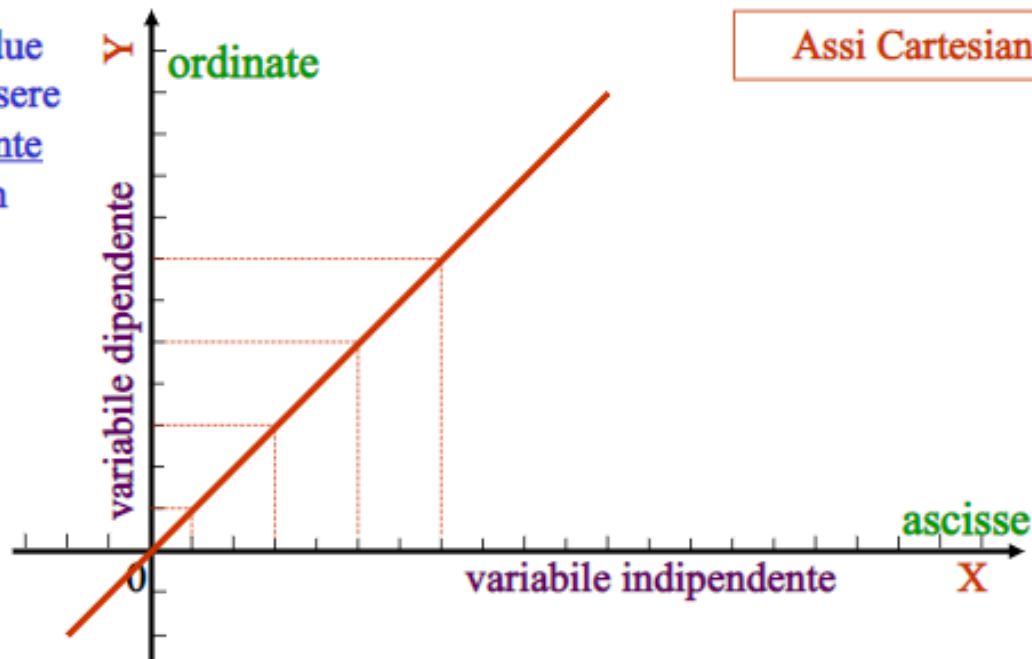
variabile indipendente

Definire la funzione $y=f(x)$ significa stabilire come varia la variabile dipendente y al variare della variabile indipendente x .

La funzione che lega le due grandezze X ed Y può essere rappresentata graficamente attraverso una curva in un piano cartesiano

Esempi:

$$y=x$$



PROPORZIONALITÀ DIRETTA E INVERSA

Se due grandezze sono direttamente proporzionali il rapporto tra due valori corrispondenti è costante.

$$\frac{4}{1} = \frac{8}{2} = \frac{12}{3} = \frac{16}{4} = \frac{20}{5} = \frac{24}{6} = \frac{y}{x} = 4$$

$$\frac{y}{x} = k$$

RELAZIONI TRA GRANDEZZE FISICHE

Proporzionalità lineare diretta

La relazione tra due grandezze fisiche può essere rappresentata in modo grafico nel piano cartesiano (x,y):

Proporzionalità diretta

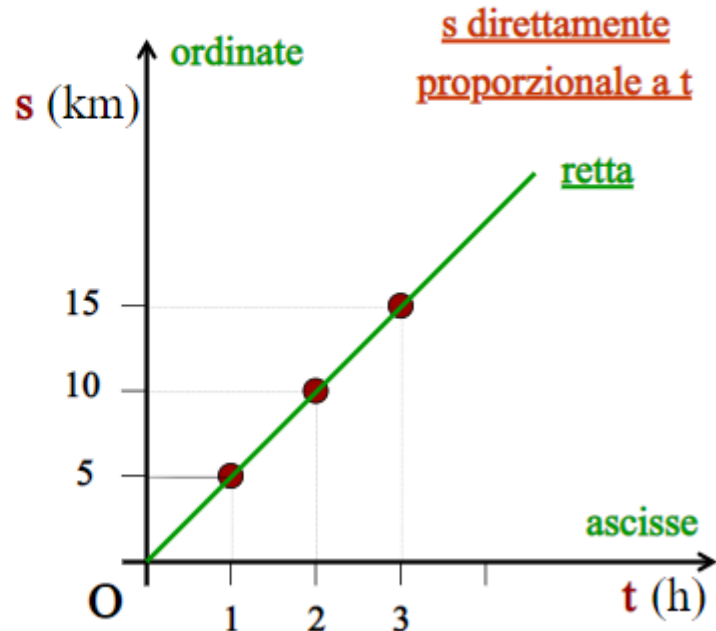
Es.:

$$s = v \cdot t$$

$$[L] = \left[\frac{L}{t} \right] \cdot [t]$$

t	s
1 h	5 km
2 h	10 km
3 h	15 km

$$v = 5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$



**MOTO
RETTILINEO UNIFORME**

RELAZIONI TRA GRANDEZZE FISICHE

Proporzionalità inversa

Proporzionalità inversa

Es.:

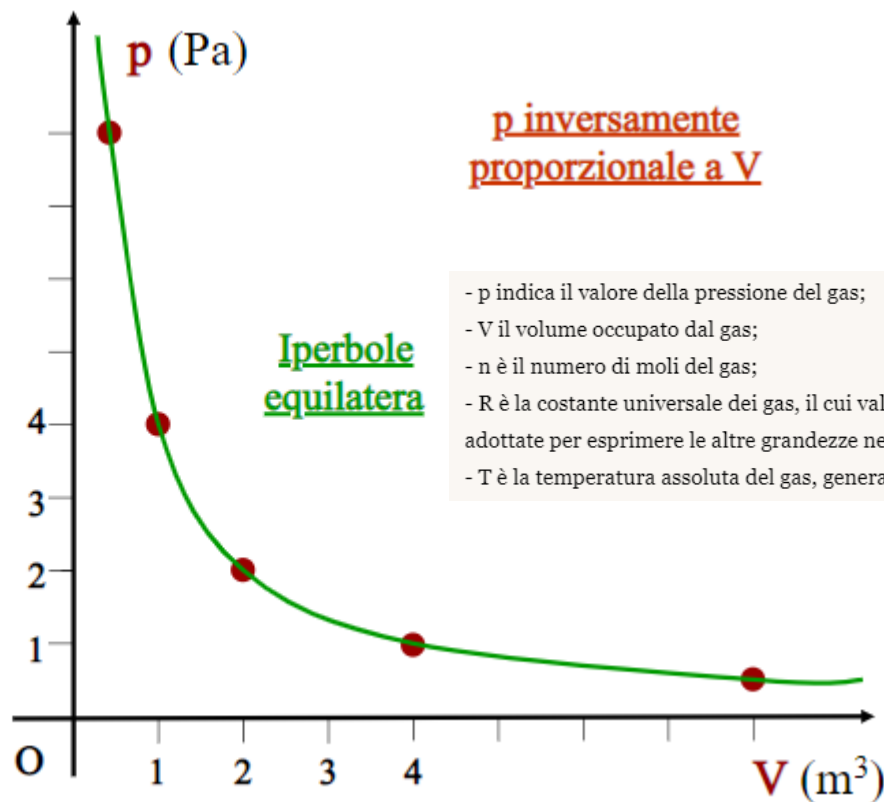
$$pV = nRT$$

con $nRT = \text{costante}$

$$p = \frac{\text{cost}}{V}$$

V	p
1 m ³	4 Pa
2 m ³	2 Pa
3 m ³	4/3 Pa

cost = 4



GAS PERFETTI

- p indica il valore della pressione del gas;
- V il volume occupato dal gas;
- n è il numero di moli del gas;
- R è la costante universale dei gas, il cui valore è funzione delle unità di misura adottate per esprimere le altre grandezze nell'equazione;
- T è la temperatura assoluta del gas, generalmente espressa in kelvin.

RELAZIONI TRA GRANDEZZE FISICHE



ESEMPI DI FUZIONI IN FISICA

1° GRADO

y raddoppia

⇒ proporz. diretta

$$s = v \cdot t$$

$$\lambda = c \cdot T$$

$$F = m \cdot a$$

$$\Delta V = R \cdot I$$



Retta

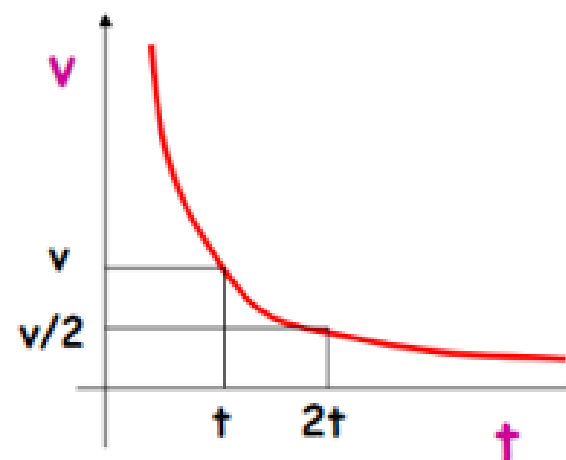
al raddoppiare di x

y si dimezza

⇒ proporz. inversa

$$v = s / t$$

$$\lambda = c / f$$



Iperbole

ESEMPI DI FUZIONI IN FISICA

2° GRADO

y quadruplica

al raddoppiare di x

y si riduce a $\frac{1}{4}$

⇒ proporz.dir. quadr.

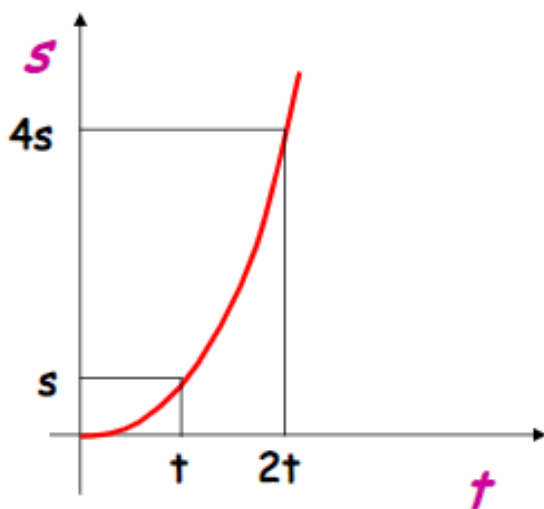
⇒ proporz.inv. quadr.

$$s = \frac{1}{2} a t^2$$

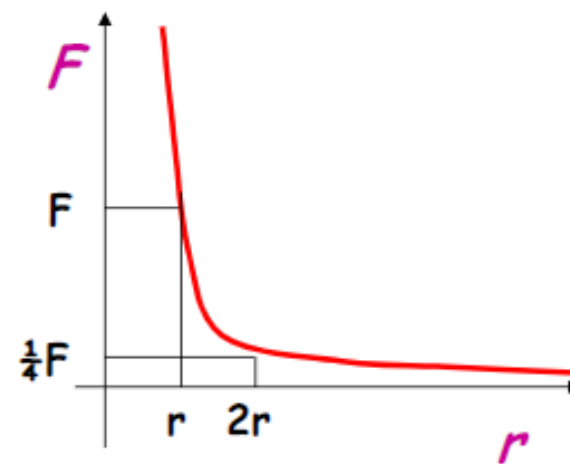
$$F_g = G \cdot m_1 m_2 / r^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$F_e = K \cdot q_1 q_2 / r^2$$

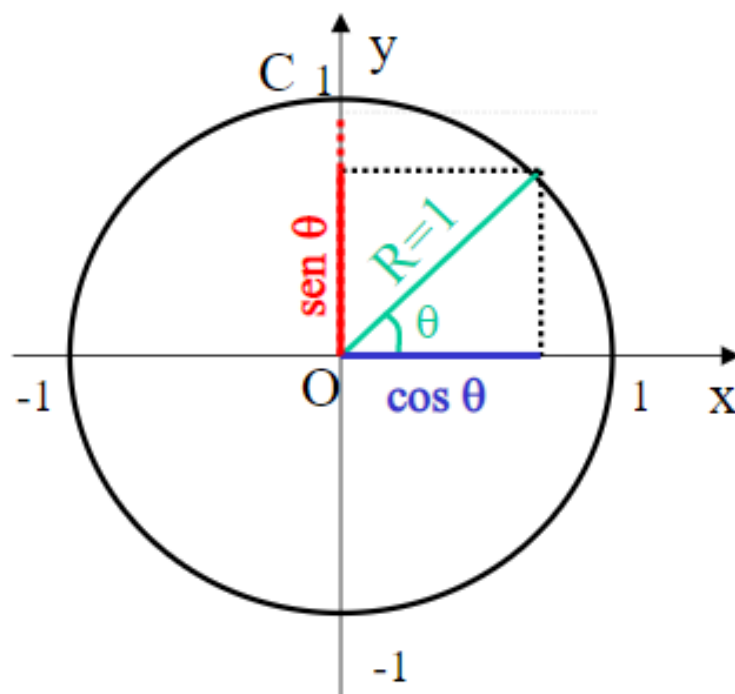


Parabola



Proporz.inv.quadr

TRIGONOMETRIA DI BASE



$$\frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta} = \text{tg } \theta$$

θ	$\cos \theta$	$\text{sen } \theta$	$\text{tg } \theta$
0°	1	0	0
$30^\circ = \pi/6$	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}/3$
$45^\circ = \pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
$60^\circ = \pi/3$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}$
$90^\circ = \pi/2$	0	1	∞
$180^\circ = \pi$	-1	0	0
$270^\circ = 3\pi/2$	0	-1	∞

Per definizione: $-1 \leq \text{sen } \theta, \cos \theta \leq 1$

dal teorema di Pitagora: $\text{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

Le funzioni trigonometriche sono funzioni del solo angolo θ : se scegliamo $R \neq 1$

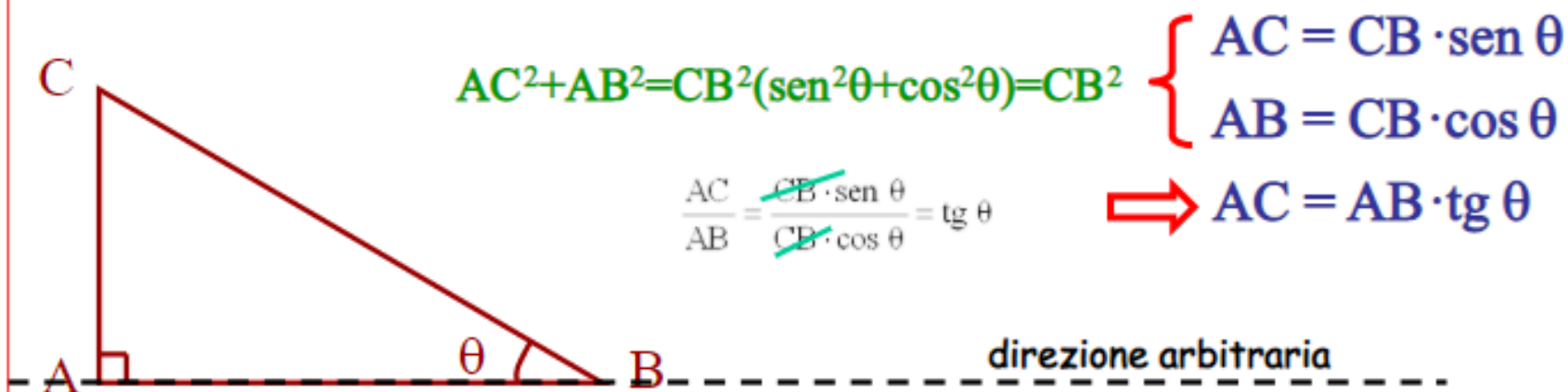
$$\cos \theta = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} \quad \sin \theta = \frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} \quad \tan \theta = \frac{\overline{OC}}{\overline{OB}}$$

IL TRIANGOLO RETTANGOLO

Le principali applicazioni della trigonometria sono:

- descrizione dei fenomeni di tipo **periodico** (es. oscillazioni ed onde)
- **proiezioni** parallele e perpendicolari rispetto ad una direzione scelta

... riprendiamo il nostro triangolo rettangolo: si ha

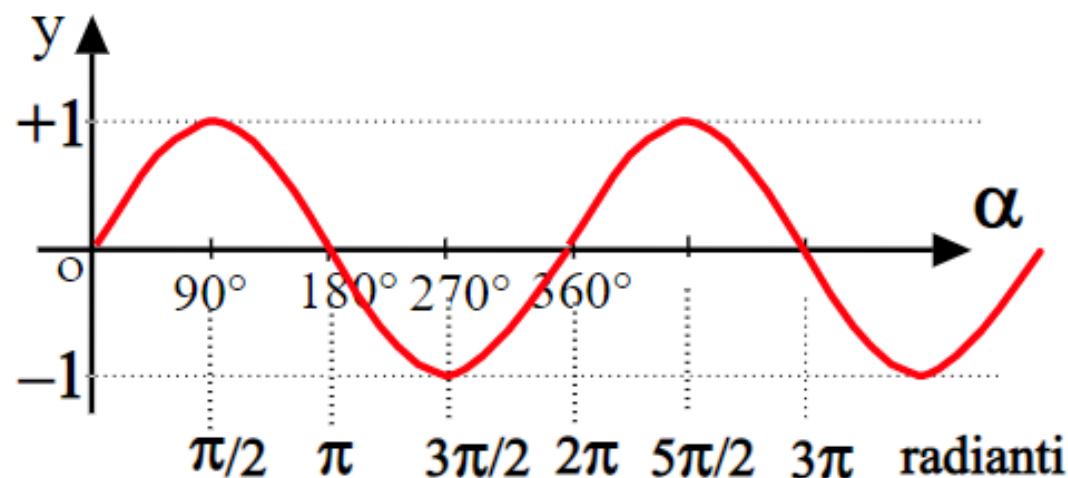


AB è la proiezione di CB nella direzione parallela ad AB

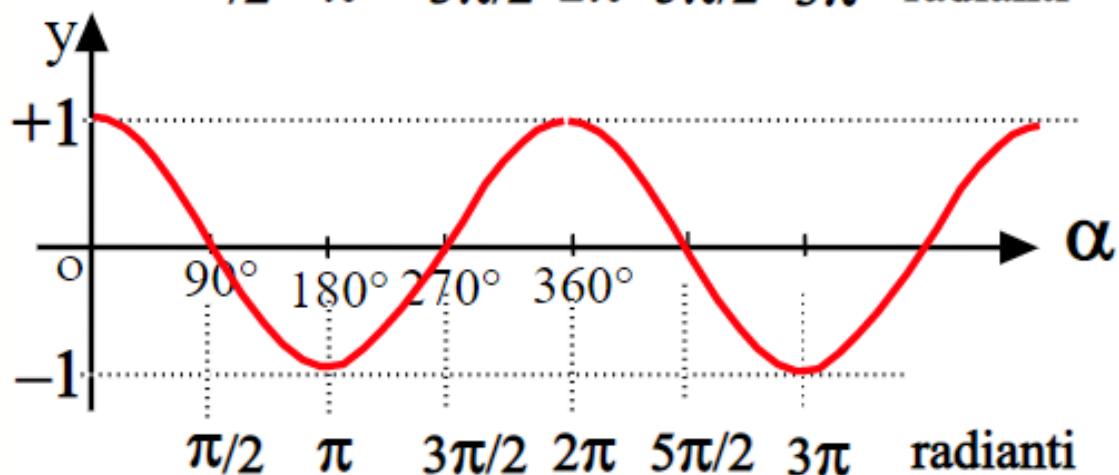
AC è la proiezione di CB nella direzione perpendicolare ad AB

LE FUNZIONI TRIGONOMETRICHE

seno e coseno



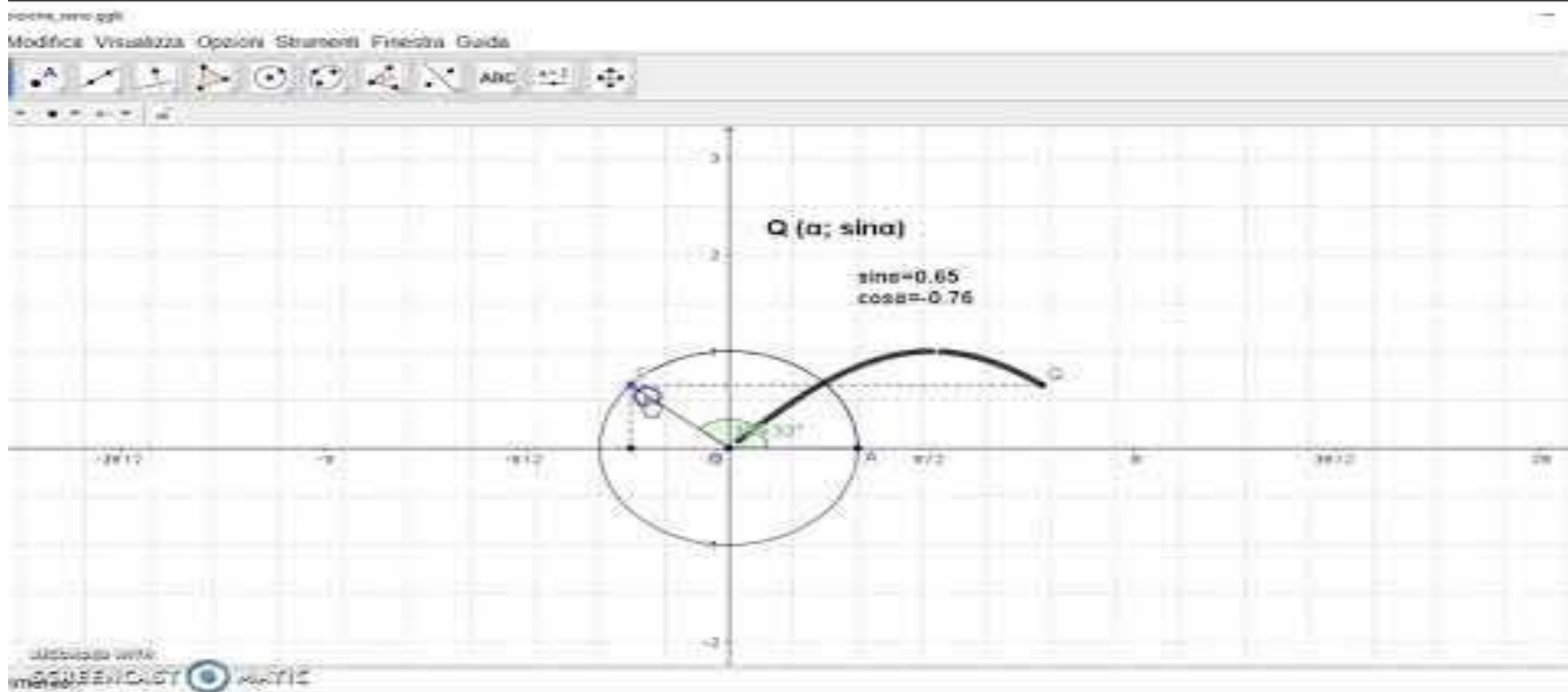
$$y = \sin \alpha$$



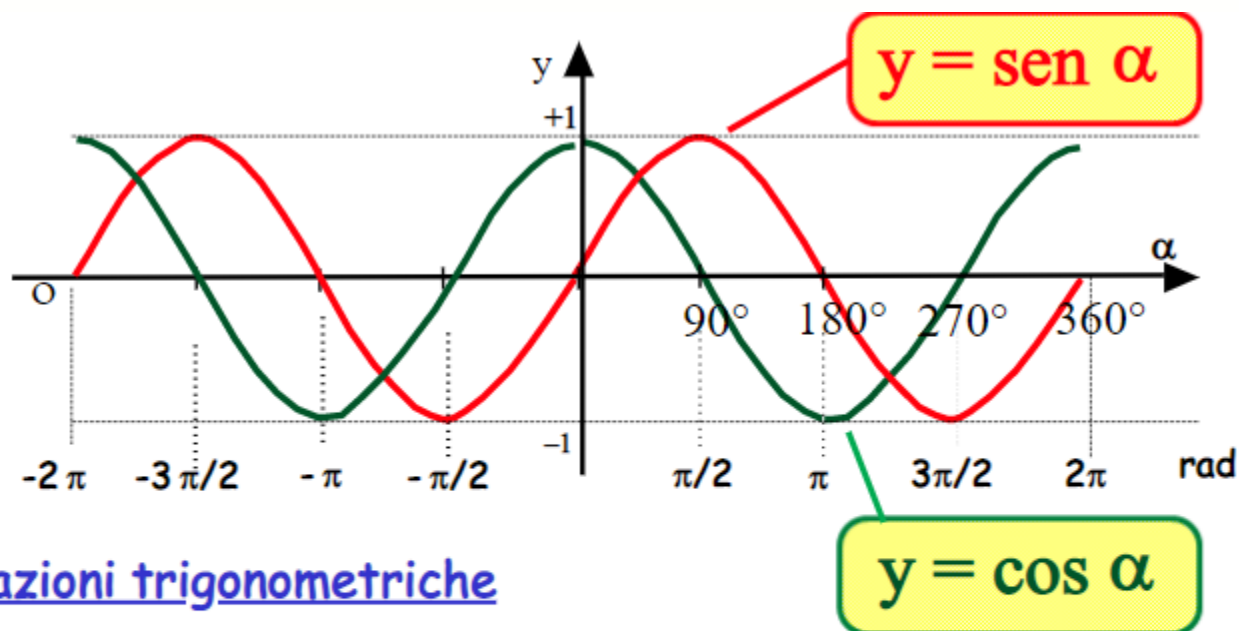
$$y = \cos \alpha$$

LE FUNZIONI TRIGONOMETRICHE

Da 1' 30''



LE FUNZIONI TRIGONOMETRICHE



Relazioni trigonometriche

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

Le leggi fisiche in cui il tempo appare come variabile indipendente sono dette **Leggi Orarie**

Tempo (t) = variabile indipendente

Alcuni esempi:

- **Moti:** $s=s(t), v=v(t), a=a(t)$
- **Oscillazioni:** $s(t) = A \cos(\omega t)$
- **Decadimenti:** $n(t) = n_0 e^{-\lambda t}$